Disse oppgavene skal få elevene til å tenke over begrepen påstand, bevis og motbevis.

Oppgavene påstar matematiske sammenhenger. Et motbevis er et «direkte bevis» som viser at noe ikke er sant. Ofte ved at man regner ut og får et svar som motsier påstanden. Et bevis er noe mer komplisert, da beviset med vise at en påstand logisk sett er sann, gitt premissene og konklusjonene i påstanden. Det finnes flere bevismetoder: Direkte bevis som viser at noe er sant, kontrapositive bevis, bevis ved motsigelse og induksjonsbevis. Les om disse her: <http://ndla.no/nb/node/107606?fag=57933>

Det er også greit å lese om, eller se video om implikasjon og ekvivalens her: <http://ndla.no/nb/node/107595?fag=57933>

Induksjonsbevis her: <https://campus.inkrement.no/1274113/4966>

En del av de geometriske bevisene finner dere her, inkludert vinkelsum trekanter: <http://home.uia.no/cornelib/animasjon/matematikk/digivitalis/geometri.htm>

Dessuten inneholder den siden mye interessant, blant annet animasjoner av fraktaler: <http://home.uia.no/cornelib/animasjon/matematikk/digivitalis/fraktaler.htm>

Det viktigste er å utforske påstander og bevis i matematikk. Noen elever vil forstå det grunnleggende, andre ikke, og andre vil forstå mye og være klare for å jobbe godt alene. La gruppene diskutere og jobbe sammen.

**Oppgave:** Bevis eller motbevis noen av disse påstandene

1. Løsningen på likningen 2x + 1 = 5 er at x har verdien 3

|  |  |
| --- | --- |
| Venstre side | Høyre side |
| 2x + 1 | 5 |
| Antar at x har verdien 3. Det kan skrives slik: x 🡨 3 | |
| 2 ∙ 3 + 1 | 5 |
| 5 + 1 | 5 |
| 6 | 5 |
| Konklusjon: 6 ≠ 5, ergo er x = 3 ikke korrekt. | |

**Løsning a)**:

Påstanden er ikke korrekt, fordi vi ser at når vi erstatter x med tallet 3, regnes det ut som i tabellen, og vi har konklusjonen 6 ≠ 5 til slutt, som faktisk betyr at x ikke kan ha verdien 3. Det er en serie av «implikasjoner» som er slik at dersom disse implikasjonene fører til noe som ikke er korrekt, er dermed den første antakelsen ikke korrekt heller.

|  |  |
| --- | --- |
| Venstre side | Høyre side |
| 3x – 7 | 9 |
| Antar at x har verdien 10. Det kan skrives slik: x 🡨 10 | |
| 3 ∙ 10 – 7 | 9 |
| 30 – 7 | 9 |
| 23 | 9 |
| Konklusjon: 23 ≠ 9, ergo er x = 10 ikke korrekt. Påstanden er korrekt, i og med at den sier «løsningen er ikke x = 10». | |

1. Løsningen på likningen 3x – 7 = 9 har en løsning x som ikke er tallet 10

**Løsning b)**:

Påstanden er litt spesiell, men vi undersøker den. Vi setter inn tallet 10 for x og ser hva som skjer.

Vi ser at påstanden er korrekt, i og med at det viser seg at x ikke kan ha verdien 10 i likningen 3x – 7 = 9

1. Arealet til en trekant med grunnlinje 10 cm og høyde 5 m er lik 25 m2

**Løsning c)**: Arealet til en trekat med grunnlinje 10 xm og høyde 5m er like 25 m2 er en påstand som kan vises at ikke er korrekt, ved å gjøre en sjekk og se om vi får samme svaret når v iregner ut arealet.

A = g ∙ h / 2 A = 10 cm ∙ 5 m / 2 = 25 m∙ cm =0,25m2 ≠ 25m2

Vi ser at det ikke er korrekt måltall eller måleenhet i dette regnestykket. Påstanden er IKKE KORREKT.

1. Omkretsen til et kvadrat med sidelengde 32 cm er 96 cm

**Løsning d)**: Omkretsen til et kvadrat med sidelengde 32 cm er ikke 96 cm, fordi omkretsen er 32 x 4 cm = 128 cm. Påstanden er IKKE KORREKT.

1. Alle de tre vinklene i en likesidet trekant er 60 grader

**Løsning e)**: Dette er korrekt. Alle sidene er like lange. Det er kun en eneste trekant som er på denne måten, og det er en trekant som er fullstendig symmetrisk, og alle vinklene er like store. Til sammen er 180 grader, siden det er vinkelsummen i alle trekanter. Beviset for det har vi [her](https://www.matematikk.org/oss.html?tid=89132)

Dersom trekanten er slik at alle vinklene er like store, vil de i sum utgjøre 180 grader, og hver av vinklene vil utgjøre 180/3 grader, sltså 60 grader. Påstanden er KORREKT.

1. Alle de fire vinklene i en regulær firkant er 90 grader

**Løsning f)**: Regulær firkant, også kjent som kvadrat, er en firkant der alle kantlinjene er like lange, og de indre vinklene er like store. Dette er generell definisjon av en regulær mangekant. Dersom vi vet at vinkelsummen i en firkant er 360 grader, vil dette kunne la seg bevise ved at hver vinkel utgjør 360/4 grader, altså 90 grader. Påstanden er KORREKT.

1. Vinkelsummen i en trekant er 180 grader

**Løsning g)**: Se bevis over. Eller geogebra-ark [her](https://ggbm.at/gskRaGGG)

1. Vinkelsummen i en firkant er 300 grader

**Løsning h)**: Vinkelsummen er 360 grader. Påstanden er IKKE KORREKT.

1. Vinkelsummen i en firkant er 360 grader

**Løsning i)**: Vinkelsummen er 360 grader. Hvorfor? Se geogebra-ark [her](https://ggbm.at/KcreaNGF), eller tenk på firkanten som bestående av to trekanter som [her](https://ggbm.at/e6MHh6EC),. Vi har allerede bevist at trekanten har vinkelsum 180 grader.

1. Vinkelsummen i en trekant er 240 grader

**Løsning j)**: Se forrige bevis for at vinkelsumme ner 180 grader. IKKE KORREKT.

1. Produktet av to hele tall er et helt tall

**Løsning k)**: To hele tall multiplisert, vil faktisk alltid gi et helt tall til produkt. Beviset for det, er slik som dette:

La a, b være hele tall. Multiplikasjon er definert som gjentatt addisjon, og addisjon er lukket under de hele tall. Siden summen av en remse med hele tall er et helt tall, er multiplikasjon med hele tall også «lukket».

1. Summen av to brøker er ikke et helt tall

**Løsning l)**: Dette er ikke korrekt, fordi ½ + ½ er lik 1.

1. Differensen 5 – 8 kan beregnes ved å regne ut 8 – 5 og sette negativt fortegn i svaret

**Løsning m)**: Dette er korrekt.

1. Produktet 5 ∙ 8 er det samme som 8 ∙ 5

**Løsning n)**: Dette er korrekt. Begge produktene har verdien 40.

**Info:** I de følgende oppgavene er *a* og *b* hvilke som helst tall. I oppgave 18 og 21, har ikke *a* eller *b* lov til å være lik 0.

1. Produktet a ∙ *b* er det samme som produktet *b ∙ a*

**Løsning o)**: Det vil alltid gi samme svar. Beviset er superkomplisert, men alle elevene kan være med på tanken om at «vi ser at det er slik». Dere kan starte med å bevise at a ∙ 1 = 1 ∙ a eller at a ∙ 0 = 0 ∙ a for alle tall a, siden 1 ∙ a = a for alle verdier av a. Eller at 0 ∙ a = 0 for alle verdier av a. Og at vi ser at gangetabellen er symmetrisk omkring diagonalen. Eller at ved lengre multiplikasjon, kan vi velge rekkefølge selv. For eksempel er det enklere å regne ut 15743 ∙ 4 enn å regne ut 4 ∙ 15743 ved å bruke standardalgoritmen.

1. Summen *a* + *b* er den samme som summen *b* + *a*

**Løsning p)**: Det vil alltid gi samme svar. Beviset er superkomplisert, men alle elevene kan være med på tanken om at «vi ser at det er slik». Dere kan starte med å bevise at a + 0 = 0 + a for alle tall a, siden 0 + a = a for alle verdier av a. Eller bevise at 1 + (-1) = (-1) +1 = 0 og at alle tall addert med sine «additive inverser» blir null til sammen. Så kan man bruke dette og forsøke å lage et bevis.Igjen er bevisene superkompliserte.

1. Summen *a* - *b* er den samme som differensen *b* – *a*

**Løsning q)**: Dette er ikke korrekt. For eksempel er 0 – 1 ikke lik 1 – 0.

1. Kvotienten *a* : ber den samme som kvotienten *b* : *a*

**Løsning r)**: Dette er ikke korrekt. 10: 2 er ikke det samme som 2 : 10.

1. Summen *a* + 0 er lik 0 + *a* = a

**Løsning s)**: Dette er korrekt.

1. Summen *a* + (-*a*) er lik (*-a*) + *a* = 0

**Løsning t)**: Dette er korrekt.

1. Produktet når a ≠ 0

**Løsning u)**: Dette er korrekt.